# Quanto um deus está além de outro deus? Elementos de matemática na Babilônia.

Hércules de Araujo Feitosa*

FEITOSA, Hércules de Araújo. Quanto um deus está além de outro deus? Elementos de matemática na Babilônia. *Mimesis*, Bauru, v. 21, n. 1, p. 25-38, 2000.


## RESUMO

*Este trabalho apresenta um estudo da matemática desenvolvida pela civilização babilônica ou mesopotâmica na Antigüidade, resgatando um pouco da organização social desses povos. Enfoca, principalmente, o surgimento da notação posicional de numeração, com base sexagesimal, desenvolvida pelos babilônios e a sua influência sobre unidades de medidas atuais, destacadamente, sobre as medidas de tempo.*


**Unitermos:** História da Matemática, notação posicional, bases de numeração.

## INTRODUÇÃO

Quanto um deus está além de outro deus? Refletindo sobre esta frase encontrada em um texto babilônico antigo[1], uma tentação logo se afigura, a de tentar imaginar qual a sensação do homem que viveu há alguns milênios antes dessa era, quando não existiam explicações para a maioria dos fenômenos da natureza com a qual esse indivíduo interagia.

Assim que o homem, usando a racionalidade, começou a investigar o seu meio e tomar contato com o seu mundo, algo que certamente o intrigou foi o processo dicotômico dia-noite. Ao amanhecer, encontra-se a abundância de luz e a vida parece pulsar mais forte, os animais se movem, a natureza anuncia toda a sua beleza, o sol despeja a sua energia e o homem se sente mais seguro e dono de sua vida. Ao passar das horas, o sol se esconde e chegam as trevas, todo tipo de atividade fica dificultada. A escuridão traz consigo pontos, milhares de pontos, que ficam a observar, atentamente, esse homem assustado, em busca de refúgio, de

1 Departamento de Matemática – UNESP – Campus de Bauru
Av. Edmundo C. Coube, s/nº.
CEP 17033-360
Bauru – SP.

1 Frase de um texto babilônico antigo sobre astronomia, citado em (Boyer, 1974, p.18).

algum lugar para se proteger e meditar. - Quem são esses seres que nos atordoam, que nos roubam a luz, o calor, que invadem nosso céu? - Parece claro que esses seres exerciam alguma destacada influência sobre a vida do indivíduo que viveu esse momento, e que esses seres, poderosos, tinham domínio sobre esse homem. E então - Quem são esses seres? São deuses, são deuses em toda parte, próximo e muito além -.

Na busca de conhecimentos sobre esses deuses e na necessidade de mais explicações sobre o universo, o homem foi levado a observar o céu, a fazer anotações e reflexões. Estímulos não faltavam e o desenvolvimento de aparelhos se colocavam com premência para a resolução de problemas cotidianos e, ainda, na busca de técnicas para maior aproximação dos deuses. Esses estudos, essas buscas, culminaram nos primeiros passos de uma atividade científica denominada *astronomia*. Em princípio, a Astronomia tinha um campo de atividades muito próximo daquilo que hoje é conhecido como *astrologia*.

Contudo, não seria possível desenvolver estudos sérios em astronomia sem a utilização de uma ferramenta muito sugestiva, antiga e bem familiar ao homem, a *matemática*. As civilizações antigas, das quais se tem alguma informação, desenvolveram esse espírito investigador dos astros e contribuíram, significativamente, com o desenvolvimento matemático, tendo como inspiração os astros, mas também foram motivadas pela solução de problemas diários e pelo aprimoramento do viver.

Pode ser colocada a seguinte interrogação: será que a matemática foi, de fato, produzida nesse período? Para uma resposta a tal questão seria necessário refletir sobre o que se entende por matemática. Mas, como tem sido estabelecido, não existe uma definição explícita do que é matemática, embora exista uma definição implícita, no sentido que um profissional do ramo, usualmente, consegue distinguir um escrito matemático de um não-matemático. Assim, é mais prudente continuar com esta concepção intuitiva de matemática.

Dessa maneira, quando colocada a questão - Quanto um deus está além de outro deus? - o conceito de distância é evocado. Sendo esse um ente matemático, muito cedo o homem é levado ao contato com matemática. Além desse, conceitos como tempo, distância, quantidade, posição e forma, muito precocemente surgem na vida humana. Mesmo sem ter isto muito claro, esta ferramenta do dia-a-dia de cada indivíduo, que o auxilia na interpretação do mundo, é conhecimento matemático. Esta ciência fica melhor estabelecida quando realizada de forma organizada e precisa, mas não está nesse nível a todo instante. A busca inata do homem pela sobrevivência e pela transcendência o compeliu e compele a produzir novos conhecimentos, a produzir mais matemática.

O objetivo desse texto é fazer um breve estudo da matemática desenvolvida entre os mesopotâmios, buscando conhecer um pouco da vida social daquele momento, em que a astronomia exerceu um papel científico primordial. Porém, não pretende exaurir toda a matemática conhecida pelos povos da região entre rios, mesmo porque seria uma pretensão

FEITOSA, Hércules de Araújo. Quanto um deus está além de outro deus? Elementos de matemática na Babilônia. *Mimesis*, Bauru, v. 21, n. 1, p. 25-38, 2000.

FEITOSA, Hércules de Araújo. Quanto um deus está além de outro deus? Elementos de matemática na Babilônia. *Mimesis*, Bauru, v. 21, n. 1, p. 25-38, 2000.

descabida. Pretende, sim, rever um pouco daquilo que o homem pôde recuperar sobre os babilônicos, colocá-lo de forma clara e, quiçá, estimular o gosto pela história da matemática e pela história da humanidade. Isto se faz possível nos dias de hoje, graças a um passo fundamental dado pelo homem há, aproximadamente, quatro mil anos a. C. - o advento da escrita -, que também foi acompanhado pelos povos mesopotâmios.

Além disso, será refletido sobre uma questão que vez ou outra povoa os pensamentos do indivíduo contemporâneo, o fato de ser a circunferência subdividida em trezentos e sessenta graus ou do agrupamento de minutos e segundos ser dado em grupos de sessenta elementos para a obtenção de uma unidade superior, sendo que o natural, em nossa sociedade, seria agrupá-los de dez em dez unidades como é usual com outras medidas. Em outras palavras, a motivação é saber por que é utilizada a base sexagesimal na medida de ângulos e de tempo?

## MESOPOTÂMIA OU BABILÔNIA

A palavra Mesopotâmia, de origem grega, significa terra entre rios, justificada pela localização dessa civilização que floresceu há, aproximadamente, cinco milênios antes dessa era, na região entre os rios Tigre e Eufrates, no oriente próximo. Região comumente denominada Babilônia.

Três grandes povos se desenvolveram nessa região: os sumérios, os babilônios e os assírios, tendo os mesmos um desenvolvimento bastante integrado e com influências mútuas. A luta pelo poder foi sempre uma constante entre os povos dessa região, que hoje, *grosso modo*, equivaleria ao Irã e Iraque juntos.

Surgiram, em toda a Mesopotâmia, cidades-estado de grande importância que, devido à autonomia que detinham, estimularam acentuadamente as dinâmicas sociais na região.

A ascensão social se dava por meio de riquezas obtidas com o comércio ou com as guerras, atividades sempre presentes entre esses povos. O poder era detido por aristocracias guerreiras, sacerdotes e comerciantes ricos. Existia um pequeno número de trabalhadores livres, mas a grande maioria era constituída por camponeses e escravos, geralmente aprisionados em guerras.

Nessa região, a economia era baseada no modo de produção asiático[2], tendo como principais atividades a agricultura e a mineração, desenvolvendo também a produção de alguns manufaturados. Devido à violência das enchentes dos rios Tigre e Eufrates, era exigido, do povo dessa região, um cuidado todo especial para com a irrigação. Não sendo possível desenvolvê-la individualmente, propicia-se aí a origem do estado. Devido à escassez de pedras na região, tiveram que desenvolver uma atividade alternativa para a obtenção de material de construção - a produção de tijolos de barro. Esse procedimento permitiu a conservação de ta-

2 Pode-se caracterizar o "modo de produção asiático" através de três características básicas, a saber: (a) existência do estado que apropria e redistribui a produção; (b) propriedade comunal da terra, com jurisdição do estado, mas usufruto coletivo; (c) formação de comunidades agrárias.

bletes com informações sobre essa civilização, que chegaram aos dias atuais. Também desenvolveram o comércio e parece que conheciam os empréstimos com juros.

Manifestações culturais aparecem na religião, nas artes, nas ciências e na escrita. A *arquitetura* foi uma das atividades culturais mais marcantes, quase sempre ligada ao estado e à religião, o que pode ser observado pelas ruínas de templos, palácios e zigurates. A pintura e a escultura se apresentam como periféricos da arquitetura. Obra arquitetônica muito conhecida são "Os jardins suspensos da Babilônia", considerados como uma das sete maravilhas do mundo antigo. Os zigurates, citados acima, eram torres com vários andares, em torno de sete, que se prestavam a observatórios astronômicos. A Torre de Babel, mencionada na Bíblia, pode ter sido um desses zigurates. Na Assíria, desenvolveu-se, notadamente, baixos-relevos tendo como motivo o *geometrismo* com caráter monárquico, militarista e documentário.

Atividades como o controle das águas com a construção de canais e açudes, o desenvolvimento do comércio, a construção de edifícios, a previsão do tempo das chuvas e das secas, o cálculo do calendário, a arrecadação de impostos e a organização dos serviços públicos, influenciaram, em muito, o desenvolvimento da matemática, mais atrelada ao caráter prático e à astronomia, misturada à astrologia. Documentos da época evidenciam que, com o passar dos tempos, a matemática estabelece um certo caráter abstrato.

A maior parte dos documentos que chegaram à atualidade tratam de serviços do estado, da religião e dos negócios. Porém, encontram-se também crônicas, hinos, fábulas, versos e anotações comerciais. Todo esse manancial de dados encontra-se registrados em tabletes de barro, com caracteres em forma de cunhas, daí ter sido denominada escrita *cuneiforme*. A interpretação dessa escrita só se concretizou no século passado, com os trabalhos do arqueólogo francês Champollion. Sendo registradas em tabletes de barro, por meio de algum utensílio manual e posteriormente cozidas (nem sempre), esses documentos são muito mais duráveis do que, por exemplo, os pergaminhos, o que justifica a maior quantidade de informação sobre os babilônios que sobre os egípicios.

Nesse período, foi estabelecido um notável conjunto de leis conhecido como Código de Hamurabi, um dos mais bem sucedidos da Antigüidade, que toma como referencial e ramifica para vários casos, a conhecida lei de Talião, cujo princípio é "olho por olho, dente por dente". Trata-se, ainda, de uma civilização politeísta com práticas de zoolatria.

FEITOSA, Hércules de Araújo. Quanto um deus está além de outro deus? Elementos de matemática na Babilônia. *Mimesis*, Bauru, v. 21, n. 1, p. 25-38, 2000.

## O SISTEMA NUMÉRICO POSICIONAL E AS OPERAÇÕES BÁSICAS

Como conhecer, então, o grau de desenvolvimento matemático entre os mesopotâmicos? São muitas décadas de empenho e dedicação de

FEITOSA, Hércules de Araújo. Quanto um deus está além de outro deus? Elementos de matemática na Babilônia. *Mimesis*, Bauru, v. 21, n. 1, p. 25-38, 2000.

cientistas do mundo todo, no intento de conhecer um pouco melhor as atividades dessa civilização ancestral. A *arqueologia*, com suas escavações, tem encontrado um bom número de tabletes, conforme citado na seção 2, onde os mesopotâmios faziam as suas anotações. A partir do momento em que sua escrita foi decifrada, foi possível caminhar, significativamente, em direção à obtenção de mais informações sobre essa cultura. Entretanto, coube aos matemáticos desvendar muito de suas atividades científicas e, em particular, de sua matemática.

A partir de análises de alguns tabletes, é verificado que os mesopotâmicos desenvolviam muitos apontamentos sobre números, sendo que, num primeiro momento, acreditou-se tratar de algum tipo de manifestação mística para com os números. Porém, com estudos mais detalhados, esta posição se modificou drasticamente, pois se percebeu o quanto a hipótese original era equivocada.

Muitos tabletes decifrados apresentam tabelas numéricas dispostas em forma de colunas, com sinais semelhantes à FIGURA 1.

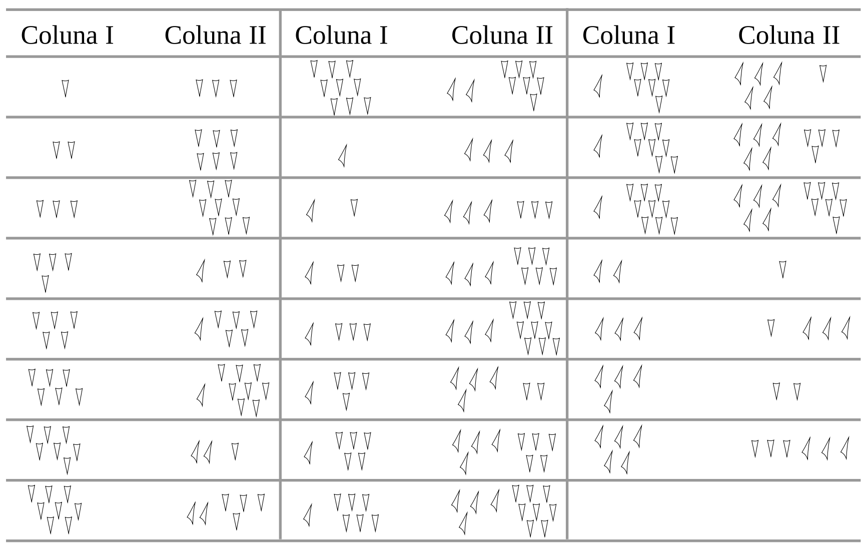


FIGURA 1 – Tábua dos múltiplos de 3.

Analisando tais tabletes, foi uma atitude natural sugerir que o símbolo 𒁹 equivaleria ao numeral 1; o símbolo 𒁹𒁹 ao numeral 2 e assim por diante. Se tal hipótese fosse correta, então na coluna esquerda ter-se-iam os numerais 1, 2, 3, ..., 9 nas nove primeiras linhas. Na décima linha, surge um único e distinto símbolo, 𒌋. Seguindo o raciocínio tomado, pode-se supor que esse símbolo equivaleria, na notação babilônica, ao numeral 10. Parece ser esta uma boa hipótese, pois isto justifica os símbolos que ocorrem até a décima nona linha. Mais ainda, na vigésima linha aparece o símbolo 𒌋𒌋 que, em decorrência, deve ser equivalente ao numeral 20. Nas linhas seguintes seguem três, quatro e cinco símbolos representantes do numeral 10, donde se conclui serem 30, 40 e 50, respectivamente. A questão que se coloca é de saber qual a relação dessa com a segunda coluna.

Observa-se que, na primeira linha da tabela, é encontrado à esquerda o numeral babilônico para um e à direita o numeral três. Continuando a leitura da segunda coluna, seguem os numerais de seis, nove, doze etc. Portanto, parece se tratar de uma tábua de multiplicação por três. Até a décima nona linha, esta posição se confirma, mas, na vigésima linha aparece uma situação surpreendente, pois se tem 3.20 = 1. Na linha seguinte 3.30 = 1+30, a seguir 3.40 = 2 e na última linha, 3.50 = 2 +30. Eis uma situação problema. Será que toda a teoria sugerida está equivocada? Analisando com um pouco mais de cuidado e na busca de respostas, verifica-se que, de fato, esse 1 (vigésima linha) corresponde a sessenta unidades e, assim, a interpretação dessa linha está correta. Seguindo esse raciocínio, também estão corretas as demais linhas.

Então, o que está ocorrendo? O escriba apontou 60 = 1, o que parece, em princípio, uma incorreção, mas refletindo melhor, vê-se que esse numeral 1 está sempre um pouco à esquerda das demais posições, ou seja, está indicando que esse numeral representa uma unidade superior, igual a sessenta unidades básicas. De uma forma muito mais simples, é equivalente ao vai um efetuado nas adições.

Tem-se, até aqui, muito mais importante que a tabuada do três, uma situação embrionária da notação posicional.

Assim, 7.59 = 413, seria denotado na escrita cuneiforme[3] conforme a FIGURA 2, ou seja, 413 = 6.60 + 53.

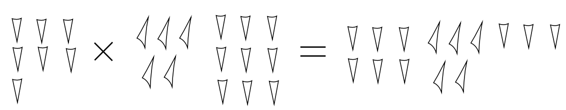

FIGURA 2: representação do produto 7x59 na notação cuneiforme.

Já foi visto que, para a escrita de um número com esta notação, apenas dois símbolos são necessários e que, quando algarismos são movidos para a esquerda, de fato, está sendo efetuada uma multiplicação por 60 ou $60^n$. Nos textos observados, tem sido possível identificar qual número é pretendido, mas encontra-se, aí, uma falha do sistema numérico mesopotâmio, por não ter um símbolo específico para o zero.

Os textos encontrados datam de duas épocas bastante distantes. O primeiro é de aproximadamente 1900 a 1500 a.C. e o segundo período é próximo de 300 a.C. Não existem inscrições identificando o período. Esses dados são obtidos por algumas análises científicas, tais como observações dos caracteres escritos ou pela idade do solo onde os tabletes foram encontrados.

Nos textos mais antigos, ou não se fazia menção alguma, ou os caracteres eram colocados com maior espaçamento interior para sugerir a existência do zero. Já no último período, colocavam duas cunhas oblíquas para identificar o zero, somente no interior dos numerais. Isto ajudava na distinção entre 305 e 35, contudo não destacava diferenças entre 35, 350 ou 3500.

FEITOSA, Hércules de Araújo. Quanto um deus está além de outro deus? Elementos de matemática na Babilônia. *Mimesis*, Bauru, v. 21, n. 1, p. 25-38, 2000.

3 Os babilônicos não tinham símbolos especiais para a representação da multiplicação ou da igualdade.

FEITOSA, Hércules de Araújo. Quanto um deus está além de outro deus? Elementos de matemática na Babilônia. *Mimesis*, Bauru, v. 21, n. 1, p. 25-38, 2000.

Segue uma convenção adotada por historiadores matemáticos dessa civilização. No intento de denotar um numeral, por exemplo, 5327, de maneira mais semelhante à atual, será escrito 1,28,47, pois $5327 = 1.60^2 + 28.60 + 47$.

A seguir, com esta notação não mais serão necessários os símbolos cuneiformes. Mas, lembre-se que isto é apenas uma simplificação contemporânea.

Estudos parecem indicar que os mesopotâmios anotavam seus dados em alguns tabletes e os reutilizavam sempre que necessário. Seria algo como um manual técnico. Esses tabletes eram ferramentas importantes em suas atividades.

O tablete abaixo é de um tipo que apareceu com certa freqüência entre os achados babilônicos, já na nova notação. Considerando os resultados já obtidos e efetuando o produto dos elementos de cada uma das linhas, chega-se ao valores da FIGURA 3.

| Coluna I | Coluna II | Coluna I | Coluna II | Coluna I | Coluna II |
|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 30 | 16 | 3,45 | 45 | 1,20 |
| 3 | 20 | 18 | 3,20 | 48 | 1,15 |
| 4 | 15 | 20 | 3 | 50 | 1,12 |
| 5 | 12 | 24 | 2,30 | 54 | 1,6,40 |
| 6 | 10 | 25 | 2,24 | 1 | 1 |
| 8 | 7,30 | 27 | 2,13,20 | 1,4 | 56,15 |
| 9 | 6,40 | 30 | 2 | 1,12 | 50 |
| 10 | 6 | 32 | 1,52,30 | 1,15 | 48 |
| 12 | 5 | 36 | 1,40 | 1,20 | 45 |
| 15 | 4 | 40 | 1,30 | 1,21 | 44,26,40 |

FIGURA 3 - Tábua de recíprocos ou inversos.

2.30 = 60 = 1,0
3.20 = 60 = 1,0
4.15 = 60 = 1,0
5.12 = 60 = 1,0
6.10 = 60 = 1,0
8.7,30 = 3600 = 1,0,0
9.6,40 = 3600 = 1,0,0
10.6 = 60 = 1,0

O produto é sempre igual a sessenta ou a um múltiplo de sessenta, pela notação atual. Mas, seria natural esperar que esta se tratasse de uma tábua de recíprocos, tal que o produto fosse sempre igual a 1. Partindo desse pressuposto, onde o escriba escreveu 7,30 não deve ser entendido $7.60^1 + 30.60^0$, mas sim $7.60^0 + 30.60^{-1}$, o que na notação decimal equivaleria a dizer que 8.7,5 = 60, exatamente a base na numeração babilônica. Com tal pressuposto, obtém-se o resultado almejado.

Com esta interpretação, dá-se um caráter importantíssimo à matemática babilônica, pois um número, quando deslocado para a esquerda, efetua um produto por uma potência positiva de sessenta, o que já era conhecido, mas agora, é verificado que, quando o deslocamento ocorre para a direita, o número é multiplicado por uma potência negativa de sessenta. Dessa forma, é possível trabalhar com relativa facilidade sobre frações. Esse é o primeiro sistema numérico posicional encontrado na história da humanidade até o presente momento, sendo que sua base sessenta difere da tradicional base dez. Vale a pena notar que, embora a base seja sessenta, existe um símbolo distinguido para um grupo especial, o dez.

Então, para melhorar a notação, será introduzido um ponto e vírgula para a separação entre a parte inteira e a parte fracionária, mantendo o resto da convenção como dantes. Assim:

$$1,30;40,22 = 1.60^1 + 30.60^0 + 40.60^{-1} + 22.60^{-2} = 60 + 30 + (40/60^1) + (22/60^2).$$

Conhecendo esses fatos básicos da numeração babilônica e analisando muitos outros tabletes, percebe-se que não tinham dificuldades para efeito de cálculos com as operações básicas.

Para somar, basta contar as unidades até montar uma unidade superior, deslocando a unidade básica uma casa para a esquerda; analogamente ao que é feito com a adição no sistema decimal. A subtração, da mesma maneira, é muito simples, bastando desenvolver a operação inversa. Para a multiplicação, deve ser efetuado o produto de todas as unidades com o auxílio das tábuas de multiplicação e, por fim, identificar onde deve estar o ponto e vírgula. Embora sem a existência do símbolo para o zero, que surgiu bastante recentemente, conheciam a distinção entre os valores obtidos em seus cálculos. Utilizando as tábuas de recíprocos, os povos da região entre rios dividiam com certa facilidade, simplesmente efetuando o produto do primeiro fator pelo recíproco do segundo e identificando exatamente a parte inteira e a parte fracionária do produto. Com isso, vê-se que os mesopotâmios tinham muita habilidade no manuseio das operações básicas, sendo isso favorecido pelo sistema numérico posicional desenvolvido pelos mesmos.

Para se certificar da importância de todos esses elementos e a sua contribuição científica, só, como exemplo, tente somar e subtrair com a numeração romana. Feito isso, tente dividir e multiplicar com a mesma numeração.

Sabe-se, também, que os babilônicos determinavam potências e, mais surpreendentemente, sabiam como encontrar a raiz quadrada com um método iterativo de precisão muito grande.

FEITOSA, Hércules de Araújo. Quanto um deus está além de outro deus? Elementos de matemática na Babilônia. *Mimesis*, Bauru, v. 21, n. 1, p. 25-38, 2000.

FEITOSA, Hércules de Araújo. Quanto um deus está além de outro deus? Elementos de matemática na Babilônia. *Mimesis*, Bauru, v. 21, n. 1, p. 25-38, 2000.

## A ÁLGEBRA

Pelo estudo dos tabletes, sabe-se que os mesopotâmios conheciam procedimentos para a resolução de equações do primeiro e segundo graus, bem como resolver sistemas de equações de ambos os graus. Não foi encontrado nenhum tablete contendo uma fórmula geral para a resolução dessas equações e, em particular, para a equação do segundo grau, como a conhecida fórmula de Báskara; porém, os textos decodificados apresentam, com tanta veemência, passos a serem seguidos para a obtenção da raiz positiva[4], que é difícil não acreditar que conheciam a fórmula geral.

Sabe-se que os mesopotâmios tinham como resolver equações do segundo grau dos três seguintes tipos[5]:

(1) $x^2 + px = q$,
(2) $x^2 = px + q$,
(3) $x^2 + q = px$,
sendo p e q números inteiros ou fracionários.

Um bom exemplo do grau de maturidade algébrica dessa civilização é a resolução de equações do segundo grau do tipo:

$$ax^2 + bx = c,$$

na qual multiplicavam ambos os termos por $a$ para obter:

$$(ax)^2 + b(ax) = ac,$$

donde tomando $y = ax$, obtém-se:

$$y^2 + by = d,$$

que é um dos tipos conhecido de equações.

Também sabiam resolver equações do tipo $ax^4 + bx^2 = c$ e $ax^8 + bx^4 = c$, transformando-as em equações quadráticas. O mesmo que é realizado na resolução de equações biquadradas, nos dias de hoje.

Utilizando suas tabelas, resolviam, por simples observação, equações cúbicas do tipo $x^3 = a$ ou $x^3 + x^2 = a$. E com pequenas reduções algébricas transformavam equações do tipo $ax^3 + bx^2 = c$, em equações como $(ax/b)^3 + (ax/b)^2 = (ca/b)$, ou seja, $y^3 + y^2 = d$, já conhecidas.

Com muita simplicidade, resolviam, também, sistemas de equações da forma:

$$x \pm y = b \text{ e } x.y = a.$$

Concluindo o comentário sobre a álgebra babilônica, deve ser destacada a Plimpton 322[6], FIGURA 4, onde, depois de muito empenho de historiadores, o famoso pesquisador Otto Neugebauer elucidou o conteúdo de seus escritos na década de quarenta. Trata-se de um tablete disposto em quatro colunas, sendo a última a numeração das linhas. As outras três colunas representam relações sobre soluções com números inteiros positivos da equação $a^2 + b^2 = c^2$, ou seja, trata-se do que é denomina-

4 Os babilônicos não tinham símbolos especiais para a representação da multiplicação ou da igualdade.

5 Os babilônios não utilizavam símbolos especiais para variáveis.

6 Plimpton 322 é um tablete de uma coleção presente na Universidade de Colúmbia / USA, denominada Plimpton Collection.

do ternos pitagóricos. Um exemplo de terno pitagórico reduzido é (3, 4, 5). Diz-se reduzido devido ao fato de que {(3n, 4n, 5n) / n Î N} é um conjunto infinito de ternos pitagóricos, onde para n = 1, tem-se o terno reduzido.

FEITOSA, Hércules de Araújo. Quanto um deus está além de outro deus? Elementos de matemática na Babilônia. *Mimesis*, Bauru, v. 21, n. 1, p. 25-38, 2000.

FIGURA 4: Plimpton 322.

Hoje é conhecido um teorema que afirma:

**Teorema:** Se $p$ e $q$ são inteiros tais que: (i) $p > q > 0$; (ii) $mdc\ (p, q)=1$ e (iii) $p$ e $q$ não são ambos ímpares, então as expressões $a = p^2 - q^2$, $b = 2.p.q$, $c = p^2 + q^2$, fornecem de uma única vez, todos os ternos pitagóricos reduzidos.

Voltando a Plimpton 322, descobriu-se que esse tablete apresenta em suas três colunas os valores correspondentes a $(c^2/b^2)$, $a$ e $c$, tais que $(a, b, c)$ são ternos pitagóricos reduzidos. Não é possível deixar de crer que os babilônios conheciam, pelo menos em termos, o teorema acima mencionado, mesmo porque seu tablete apresenta números de magnitude muito grande.

## A GEOMETRIA

Quanto à geometria, alguns tabletes encontrados e decifrados mostram que os babilônios conheciam muitas propriedades geométricas, utilizando-as para resolução de problemas práticos. Porém, em mesclas com a álgebra, desenvolviam uma matemática razoavelmente abstrata, onde certos problemas relacionavam áreas com comprimentos em equa-

FEITOSA, Hércules de Araújo. Quanto um deus está além de outro deus? Elementos de matemática na Babilônia. *Mimesis*, Bauru, v. 21, n. 1, p. 25-38, 2000.

ções do segundo grau, o que de maneira alguma caracterizaria um problema prático. Tem-se, assim, já na Antigüidade, a matemática desenvolvendo-se por motivações intrínsecas.

Em outro tablete (FIGURA 5), parece estar representado um quadrado. Aponta três números: $a = 30$, $b = 1;24,51,10$ e $c = 42;25,35$. Percebe-se que $c = a.b$. Se é considerado $a$ como a medida do lado de um quadrado, é de se esperar que $b$ seja a raiz quadrada de dois, pois $c^2 = 2.a^2$ e $c = a.$, o que dá uma aproximação muito boa, diferindo de *0,000008* do valor exato.

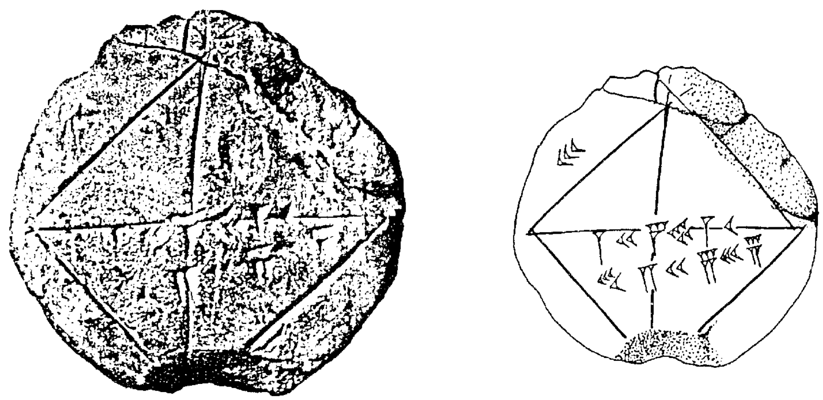

FIGURA 5 – Quadrado com cálculo de √2.

De um outro tablete, verificou-se que os matemáticos babilônicos sabiam determinar a área de um trapézio isósceles, desde que conhecidas as bases, a altura e os lados. Mais uma vez, não foram encontradas fórmulas gerais de tal solução, mas o encaminhamento para a sua obtenção.

Como esses objetos têm sido obtidos por meio de trabalhos arqueológicos (escavações), períodos distintos foram pesquisados, tal que camadas mais profundas do solo indicam maior antigüidade e camadas mais altas o contrário. Em tabletes da primeira época arqueológica, dado pelo nível mais profundo das escavações, os escribas davam o valor 3 para p, o que é uma aproximação grosseira. Porém, descobertas sobre períodos posteriores, em camadas mais elevadas, mostram aproximações muito melhores.

Como já foi comentado na seção anterior, parece que os matemáticos dessa civilização conheciam a relação de Pitágoras, posto o seu conhecimento sobre as ternas pitagóricas. Mas esses indivíduos viveram aproximadamente um milênio e meio antes de Pitágoras.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O homem não pode viver reinventando a roda. Assim, se faz necessária a busca do conhecimento produzido em outros momentos, nas mais variadas civilizações, na busca de respostas a questões de ontem, de hoje e de amanhã. O futuro deve chegar naturalmente e o arcabouço de conhecimento passado serve para balizar os caminhos do homem. Os gregos deram contribuições fundamentais para o pensamento científico, mas é importante destacar que estavam alicerçados por um conjunto de conhecimentos advindos de momentos e civilizações anteriores.

Agora, pode-se responder ao questionamento colocado ao final da introdução. Os gregos também tiveram preocupações astronômicas e, quando começaram a estabelecer os seus apontamentos com a numeração egípcia, sentiram grandes dificuldades no trato de partes não inteiras e, então, não reinventaram a roda, mas perceberam que o sistema numérico posicional desenvolvido pelos babilônios afigurava-se melhor e mais eficiente na identificação de valores pertinentes aos seus estudos dos astros e do tempo. Dessa forma, usaram a base sexagesimal que, inclusive, tem um número de submúltiplos bem mais amplo que a decimal e estabeleceram-na como ferramenta para medidas de tempo e ângulos. O tempo foi correndo, os ensinamentos gregos perpetuando-se, de forma que a tradição tornou perene a base sexagesimal para medidas de tempo e ângulos, tal qual é utilizada nos dias atuais.

Outro ensinamento tirado desse texto é que se uma posição mais flexível é tomada quanto ao conhecimento matemático, pode-se resgatar muito desse conhecimento do seio da sociedade, de toda a sociedade e a todo momento. Contudo, com uma maior flexibilidade, muito do formalismo, e talvez do rigor, seja perdido, mas idéias muito importantes podem estar submersas e, ao identificá-las, resgata-se a sistematização apreciada na Matemática. A matemática babilônica não apresentou, nos tabletes encontrados e decodificados, fórmulas gerais; porém, é notória a sua contribuição legada à humanidade. Não se preocuparam apenas com o feijão, mas também com o sonho, pois muitos tabletes apresentam problemas bastante sofisticados e distantes das necessidades práticas, parecendo mais relacionados com a busca da transcendência e do prazer pelo conhecimento. Outras civilizações, em algum tempo distante, também o fizeram. Cabe ao homem do presente demandar empenho em elucidá-las.

FEITOSA, Hércules de Araújo. Quanto um deus está além de outro deus? Elementos de matemática na Babilônia. *Mimesis*, Bauru, v. 21, n. 1, p. 25-38, 2000.

FEITOSA, Hércules de Araújo. How much is a god beyond another god? Elements of mathematics in Babylon. *Mimesis*, Bauru, v. 21, n. 1, p. 25-38, 2000.

## ABSTRACT

*This work presents a study about the mathematics developed in ancient Babylon or Mesopotamia, in order to recover some of the social organization of those peoples. It pays close attention to the emergence of positional notation in numeration, with the sexagesimal basis as it was developed by the Babylonians, and its influence over contemporary units of measurement and, especially, the time.*

FEITOSA, Hércules de Araújo. Quanto um deus está além de outro deus? Elementos de matemática na Babilônia. *Mimesis*, Bauru, v. 21, n. 1, p. 25-38, 2000.

**Unitermos:** History of Mathematics, positional notation, basis of numeration.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AABOE, A. A matemática da Babilônia. In: *Episódios da história antiga da matemática*. Tradução de João B. Pitombeira de Carvalho. Rio de Janeiro: SBM, 1984. p. 9-42.

ARRUDA, J. J. A. *História antiga e medieval*. 10 ed. São Paulo: Ática, 1987.

BOYER, C. B. Mesopotâmia. In: *História da Matemática*. Tradução de Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1974. p. 18-32.

CAMPOS, R. *Estudos de história antiga e medieval*. São Paulo: Atual, 1988.

FONTES, H. *No passado da matemática*. Rio de Janeiro: Fundação Getúlio Vargas, 1969.

STRUIK, D. J. O oriente antigo. In: *História concisa das matemáticas*. Lisboa: Publicações Gradiva, 1989. p. 45-70.