QUANTIFICADORES NO CONTEXTO LÓGICO: "MUITOS" E "POUCOS"

QUANTIFIERS IN THE LOGICAL CONTEXT: "MANY" AND "FEW"

Hércules de Araujo Feitosa[1]

1. UNESP, Faculdade de Ciências
haf@fc.unesp.br

FEITOSA, Hércules de Araujo. *Quantificadores no contexto lógico: "muitos" e "poucos"*. Mimesis, Bauru, v. 32, n. 1, p. 43-55, 2011.

Resumo

O texto apresenta uma discussão sobre quantificadores, principalmente sobre quantificadores das linguagens naturais, e suas formalizações no ambiente lógico. Atenção é destinada aos casos dos conceitos de "muitos" e "poucos", bem como suas formalizações a partir de teorias de quantificadores generalizados. Por fim, estão comentários sobre aspectos da formalização de "muitos" e "poucos".

Palavras-chave: quantificadores naturais, "muitos", "poucos", quantificadores lógicos.

Recebido em: 08/02/2011
Aceito em: 03/08/2011

Abstract

This paper presents a discussion about quantifiers, particularly quantifiers of natural languages, and its formalizations into logical contexts. Central attention is at the cases of 'many' and 'few' well as its formalization inside some theories about generalized quantifiers. Finally, the text comments some important aspects for the formalization of these quantifiers.

Key-words: natural quantifiers, "many", "few", logic quantifiers.

FEITOSA, Hércules de Araujo. *Quantificadores no contexto lógico: "muitos" e "poucos"*. Mimesis, Bauru, v. 32, n. 1, p. 43-55, 2011.

Introdução

Os quantificadores lógicos universal "$\forall$" e existencial "$\exists$" estão presentes na história da lógica desde os seus primórdios, na Antiguidade. O quadrado das oposições, introduzido no período medieval, já fazia uma bela análise de algumas relações sobre estes quantificadores e os textos introdutórios à lógica continuam a tratar desses quantificadores e suas relações.

Contudo, existem quantificadores que não podem ser definidos naturalmente a partir destes quantificadores lógicos. Por exemplo, quantificadores como muitos (poucos), quase todos (quase nenhum), maioria (minoria). Estes novos quantificadores são chamados de *quantificadores não lógicos*.

Neste trabalho, são tecidas algumas considerações especiais sobre os conceitos de "muitos" e "poucos". Estão, inicialmente, alguns aspectos históricos sobre os quantificadores não lógicos. A seguir, está uma reflexão sobre estes quantificadores no contexto das lógicas moduladas.

Em contraposição aos quantificadores que expressam noções de "muitos", "maioria", entre outros, avalia-se como tratar de quantificadores que expressem noções como "minoria", "poucos", entre outros. Particularmente ocorre uma correlação da lógica para "muitos" com uma formalização de "poucos".

1. Sobre quantificadores

Desde a publicação do trabalho de Mostowski (1957), o qual aponta a existência de muitos e interessantes quantificadores, denominados naquele texto de *quantificadores generalizados*, não definíveis em termos dos quantificadores usuais de lógica de primeira ordem, $\exists$ e $\forall$, diversos trabalhos têm tratado do assunto.

Estudos posteriores sobre teorias das linguagens naturais conduziram a quantificação para um lugar central. Tratando da relação entre quantificadores lógicos e linguagem natural, Montague (1974) apresentou uma teoria que unifica ou identifica expressões substantivas do Inglês, como “todos os mamíferos”, “João”, “nós”, à noção de quantificadores generalizados.

Barwise e Cooper (1981), seguindo Montague, trataram da identificação entre essa categoria sintática (expressões substantivas) da linguagem natural e os quantificadores generalizados da lógica, contribuindo para uma reaproximação entre lógica e linguagem natural.

Chamamos de *quantificadores naturais* os quantificadores que surgem nas linguagens naturais e são distintos do universal e do existencial.

Trabalhando também com o tema, Grácio (1999), a partir de perspectivas abertas por Sette, Carnielli e Veloso (1999), apresentou uma família de lógicas em que cada membro é uma *lógica modulada*, a qual procura formalizar aspectos de algum dos quantificadores naturais.

Grácio (1999) apresentou três sistemas lógicos monotônicos, indicados para a formalização das seguintes noções de quantidades: “maioria”, “muitos” e “para uma ‘boa’ parte”.

É característica central das lógicas modulas a tentativa de modelação de alguns quantificadores naturais dentro de estruturas matemáticas apropriadas. Apesar das dificuldades e limitações inerentes de tal formalização, reconhecemos algum mérito desta empreitada.

Contudo, sempre que tratamos de um quantificador natural como “maioria”, “quase todos”, “boa parte”, “muitos”, entre outros, devemos reconhecer a existência de um dual como “minoria”, “quase nenhum”, “pequena parte”, “poucos”, etc. Se matematicamente podemos modelar tal conceito, então o seu dual deveria também ser naturalmente contemplado, por meio de um conceito dual (complementar).

Além disso, por se tratarem de quantificadores formalizados numa linguagem lógica, certas propriedades dos quantificadores lógicos usuais precisam ou devem ser preservadas. Porém, dada a novidade, nem sempre é muito simples a extensão conceitual dos novos quantificadores, e escolhas precisam ser feitas para preservar uma ou outra característica que se julgue mais relevante.

Neste texto são mostradas algumas reflexões envolvendo escolhas possíveis para a modelagem de quantificadores naturais a partir de elementos introduzidos nas lógicas moduladas e em relações com construções originadas a partir dos modelos sugeridos para uma interpretação destes quantificadores.

2. Lógicas moduladas

A família dos sistemas de *lógicas moduladas*[3] é caracterizada pela inclusão, na linguagem da lógica de primeira ordem (linguagem formal da lógica clássica de primeira ordem), de um quantificador generalizado Q, chamado de *quantificador modulado,* o qual deve ser interpretado semanticamente por um subconjunto **Q** do conjunto das partes do universo. Intuitivamente, este subconjunto **Q** representa um conjunto arbitrário de proposições sustentadas por evidências, dentro de uma base de conhecimento. A seguir está uma formalização das lógicas moduladas, denotadas por L(Q).

2.1 Sobre as lógicas moduladas

Seja L uma linguagem de primeira ordem, com símbolos para predicados, funções e constantes, fechada para os operadores lógicos: $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\neg$ e, também, para os quantificadores: $\exists$ e $\forall$.

A extensão da lógica de primeira ordem L, obtida pela inclusão de um quantificador generalizado Q, denominado *quantificador modulado*, é denotada por L(Q).

As fórmulas (e sentenças) de L(Q) são mesmas de L acrescidas das fórmulas geradas pela cláusula seguinte:

• se φ é uma fórmula em L(Q) em que x ocorre, então Qx φ é uma fórmula de L(Q).

Os conceitos usuais de variável livre e variável ligada, numa fórmula, são estendidos ao quantificador Q, isto é, se x é livre em j, então a variável x ocorre ligada em Qx φ(x).

Denota-se por φ(t/x) o resultado da substituição de todas as ocorrências livres da variável x, na fórmula φ, pelo termo t. Por

3 Para uma exposição detalhada referente às lógicas moduladas consultar Grácio (1999).

FEITOSA, Hércules de Araujo. *Quantificadores no contexto lógico: "muitos" e "poucos"*. Mimesis, Bauru, v. 32, n. 1, p. 43-55, 2011.

simplicidade, quando não houver confusão, escreve-se apenas φ(t) em vez de φ(t/x).

A semântica associada às fórmulas nas lógicas moduladas é definida como segue.

Seja A uma estrutura clássica de primeira ordem, com domínio A, e **Q** um conjunto de subconjuntos de A, tal que $\emptyset \notin$ **Q**, isto é, **Q** $\subseteq$ P(A) – { $\emptyset$ }. A *estrutura modulada* para L(Q), denotada por A^Q, é determinada pelo par (A, **Q**).

A *interpretação* dos símbolos relacionais, funcionais e constantes individuais de L(Q) é a mesma de L em A.

A *satisfação* de uma fórmula de L(Q) numa estrutura A^Q é definida recursivamente, do modo usual, acrescentando-se a seguinte cláusula:

• se φ é uma fórmula cujo conjunto de variáveis livres está contido em $\{x\} \bigcup \{y_1, ..., y_n\}$ e se $\bar{a} = (a_1, ..., a_n)$ é uma sequência de termos de A, então:

$$A^Q \models Qx\,\varphi[x, \bar{a}] \Leftrightarrow \{b \in A : A^Q \models \varphi[b, \bar{a}]\} \in \mathbf{Q}.$$

Como A $\neq \emptyset$, então $A^Q \models Qx\,\sigma(x)$ se, e somente se, $\{a \in A : A^Q \models s(a)\} \in$ **Q**.

Conforme já mencionado, ao se identificar **Q** com estruturas matemáticas, Grácio (1999) formalizou proposições do tipo "maioria", "muitos" e "para uma 'boa' parte". A lógica dos ultrafiltros, introduzida em Sette,

Carnielli e Veloso (1999) e Carnielli e Veloso (1997), formaliza sentenças do tipo "quase todos" ou "geralmente", e também deve ser considerada uma particularização das lógicas moduladas.

As noções de verdadeiro e falso, associadas aos quantificadores modulados, não depende da lógica subjacente, mas de qual medida (quantificação) está-se usando e que "[...] deve ser incluída como parte do modelo antes que as sentenças tenham qualquer valor de verdade estabelecido" (BARWISE, COOPER, 1981, p. 163).

As noções semânticas usuais, tais como modelo, validade, consequência lógica, entre outras, podem ser apropriadamente adaptadas.

Os axiomas de L(Q) são aqueles de L (um conjunto qualquer de axiomas da lógica clássica de primeira ordem com a identidade) acrescidos dos seguintes axiomas para o quantificador Q:

(Ax_1) $\forall x\, \varphi(x) \rightarrow Qx\, \varphi(x)$

(Ax_2) $Qx\, \varphi(x) \rightarrow \exists x\, \varphi(x)$

(Ax_3) $\forall x\, (\varphi(x) \leftrightarrow \psi(x)) \rightarrow (Qx\, \varphi(x) \leftrightarrow Qx\, \psi(x))$

(Ax_4) $Qx\, \varphi(x) \leftrightarrow Qy\, \varphi(y)$.

Este conjunto de axiomas caracteriza uma lógica modulada em geral, mas para a caracterização de particulares noções de quantificadores, ele deve ser acrescido de axiomas específicos, como a seguir, para a *lógica do muito*.

Dada uma interpretação com universo A e as fórmulas φ, ψ, com exatamente uma variável livre x, então os conjuntos $[\varphi] = \{a \in A : \varphi[a]\}$ e $[\psi] = \{a \in A : \psi[a]\}$, indicam quais elementos do domínio A satisfazem, respectivamente, φ e ψ.

Assim, a intuição destes axiomas é a seguinte: o axioma (Ax_1) afirma que se todos os indivíduos satisfazem φ, então Q indivíduos de A satisfazem φ, ou ainda que $A \in$ **Q**. O axioma (Ax_2) afirma que $\varnothing \in$ **Q**, como pretendido nas considerações sobre o quantificador. O axioma (Ax_3) afirma que se $[\varphi]$ e $[\psi]$ são idênticos, então um deles pertence à **Q** se, e somente se, o outro também pertence a **Q**. O (Ax_4) apenas dá conta da substituibilidade para varáveis livres.

As regras lógicas das lógicas moduladas são as regras usuais de L:

Modus Ponens (MP): $\varphi, \varphi \rightarrow \psi$ / ψ e

Generalização (Gen): φ / "$\forall \varphi$.

As noções sintáticas usuais como sentença, demonstração, teorema, consequência lógica, consistência, entre outras, para L(Q), são definidas de modo análogo às definidas para a lógica clássica.

Propriedades e teoremas referentes ao sistema axiomático (consistência, dedução, etc.) das lógicas moduladas, assim como o teorema da correção, da completude, um resultado análogo ao teorema de Łos para ultraprodutos de modelos modulados e um contra-exemplo para o problema da interpolação em L(Q) podem ser encontrados em Grácio (1999).

Apresentamos, a seguir, uma particularização de L(Q) para a formalização da noção de "muitos", em que uma particular estrutura matemática é sugerida para resgatar uma concepção de muitos como no uso corrente das linguagens naturais.

FEITOSA, Hércules de Araujo. *Quantificadores no contexto lógico: "muitos" e "poucos"*. Mimesis, Bauru, v. 32, n. 1, p. 43-55, 2011.

2.2 Uma lógica do muito

Nesta seção, considera-se um caso particular de lógica modulada, destinado a formalizar expressões do tipo "muitos", denominada por Grácio (1999) de *lógica do muito* e aqui denotada por L(M).

Considera-se, inicialmente, que algumas propriedades da noção de "muitos" devem ser identificadas:

(i) se muitos indivíduos do universo satisfazem uma condição e todos estes indivíduos e eventualmente mais alguns satisfazem outra condição, então esta segunda condição também é satisfeita por muitos indivíduos do universo;

(ii) se muitos indivíduos do universo satisfazem uma condição, então existe alguém que satisfaz a condição dada;

(iii) o conjunto universo contém muitos indivíduos.

Com esta concepção intuitiva, o conceito de "muitos" pode ter variações contextuais. Não exige, por exemplo, que valha para mais da metade dos indivíduos do universo de discurso, ou de uma certa parte deles claramente especificada.

Esta noção de "muitos" pode ser capturada pelo conceito matemático de *família própria fechada superiormente*, definida, em um universo A, como uma coleção F_s de subconjuntos do universo A tal que:

(i) se B $\in F_s$ e B $\subseteq$ C, então C $\in F_s$

(ii) A $\in F_s$

(iii) $\varnothing \notin F_s$.

Sintaticamente, define-se um quantificador modulado M, denominado *quantificador do muito*, na linguagem das lógicas moduladas, dado por 'Mx φ(x)', com o seguinte significado "para muitos x, φ(x)".

A linguagem de L(M) é obtida ao se identificar em L(Q) o quantificador Q com *quantificador do muito*, M. A interpretação semântica das fórmulas de L(M) é obtida a partir das estruturas moduladas, quando o conjunto **Q** é identificado com uma família própria fechada superiormente.

Formalmente, uma estrutura modulada para L(M), dominada *estrutura de família própria fechada superiormente,* é determinada pela construção em A, a estrutura de primeira ordem, de uma família própria fechada superiormente F_s^A, indicada por:

$$A^F = (A, F_s^A).$$

FEITOSA, Hércules de Araujo. *Quantificadores no contexto lógico: "muitos" e "poucos"*. Mimesis, Bauru, v. 32, n. 1, p. 43-55, 2011.

A noção de satisfação de uma fórmula do tipo Mx φ (x), cujas variáveis livres estejam contidas em $\{y_1, ..., y_n\}$, por uma sequência $\bar{a} = (a_1, ..., a_n)$ em A é definida por:

$$\mathsf{A}^{\mathsf{F}} \vDash \mathrm{Mx}\ \varphi[\mathrm{x}, \bar{\mathrm{a}}] \Leftrightarrow [\varphi] = \{b \in \mathrm{A} : \mathsf{A}^{\mathsf{F}} \vDash \varphi[b, \bar{\mathrm{a}}]\} \in \mathsf{F}_s^{\mathsf{A}},$$

em que F_s^A é uma família própria fechada superiormente sobre A.

Em termos intuitivos, Mx φ (x) é verdadeira, isto é, [φ] é membro de F_s^A se, e somente se, muitos indivíduos de A satisfazem j (em outras palavras, se [φ] contém muitos indivíduos). Assim, em geral, F_s^A é uma coleção de conjuntos que contêm muitos elementos.

Sintaticamente, os axiomas para L(M) são aqueles de L(Q), acrescidos do seguinte axioma específico para o quantificador M:

$$(\mathrm{Ax}_5)\ \forall \mathrm{x}\ (\varphi(\mathrm{x}) \rightarrow \psi(\mathrm{x})) \rightarrow (\mathrm{Mx}\ \varphi(\mathrm{x}) \rightarrow \mathrm{Mx}\ \psi(\mathrm{x})).$$

Intuitivamente, dadas as fórmulas φ, ψ, com exatamente uma variável livre x, e uma interpretação com universo A, em que os conjuntos [φ] = {$a \in$ A : φ [a]} e [ψ] = {$a \in$ A : y[a]}, o axioma (Ax_5) afirma que: se [φ] contém muitos indivíduos e [φ] é um subconjunto de [ψ] ([φ] $\subseteq$ [ψ]), então [ψ] também contém muitos indivíduos.

Os exemplos seguintes ilustram sentenças que podem ser formalizadas em L(M).

Sejam P(x), I(x) e N(x, y) símbolos relacionais em L(M) que expressam "x é par", "x é ímpar" e "x é maior que y", respectivamente, e considere-se como universo o conjunto dos números naturais. Assim:

(a) "muitos números naturais são pares" pode ser escrita por: Mx P(x);

(b) "muitos números naturais são ímpares" por: Mx I(x);

(c) "para todo número natural, muitos números naturais são maiores que ele" por: $\forall$y Mx N(x, y).

Em Grácio (1999) estão mais detalhes sobre propriedades da *lógica do muito,* bem como uma demonstração que ela é correta e completa relativa às estruturas de famílias próprias fechadas superiormente.

A seguir, são discutidos aspectos da dualidade dos quantificadores naturais. Se há uma lógica do "muitos", parece razoável supor que exista uma lógica para "poucos". Quais são suas interrelações?

3. Quantificadores naturais e modelação matemática

É característica central das lógicas modulas a tentativa de modelação de alguns quantificadores naturais dentro de estruturas matemáticas apropriadas. Apesar das limitações inerentes de tal formalização, talvez seja possível entender e melhorar a formalização de alguns destes quantificadores.

Nesta seção está uma breve e introdutória discussão sobre conotações desta modelação matemática, com ênfase no aspecto dual dos quantificadores naturais.

Sempre que se investiga sobre um quantificador natural como "maioria", "quase todos", "boa parte", "muitos", entre outros, deve-se reconhecer a existência de um dual como "minoria", "quase nenhum", "pequena parte", "poucos', etc. Se matematicamente um tal conceito pode ser modelado, então o seu dual deveria também ser contemplado matematicamente, por um conceito dual (complementar). Além disso, por se tratarem de quantificadores em uma linguagem lógica, certas propriedades dos quantificadores lógicos usuais precisam ser preservadas. Mas, dada a novidade nem sempre é muito simples a extensão conceitual dos novos quantificadores, e escolhas precisam ser feitas para preservar uma ou outra característica que se julgue mais relevante. Envolver dois destes novos quantificadores em um mesmo sistema lógico aumenta bastante o grau de complexidade, pois eles precisam se inter-relacionar de modo aceitável e também com o restante dos conceitos lógicos.

Por questão de simplicidade, será considerada uma lógica acrescida por dois quantificadores generalizados para os conceitos de muitos, M, e para poucos, P. Seguem algumas reflexões envolvendo estes conceitos.

Inicialmente, dentro do contexto das lógicas moduladas, parece que deveria valer a seguinte cadeia de leis:

$$\forall x\, \varphi(x) \to Mx\, \varphi(x) \to Px\, \varphi(x) \to \exists x\, \varphi(x).$$

Ao ser excluído o quantificador M, ter-se-ia apenas um caso particular de modularidade. Como "muitos", numa situação extrema, poderia coincidir com "todos"; por outro lado, "poucos" poderia coincidir com "existe algum" e ser satisfeito por apenas um indivíduo do universo de discurso. Contudo, pelo menos algum indivíduo deve satisfazer φ e o vazio não deve ser evocado como uma condição limite de "poucos". Isto, por si, já gera alguma dificuldade na formalização do conceito dual de "muitos".

FEITOSA, Hércules de Araujo. *Quantificadores no contexto lógico: "muitos" e "poucos"*. Mimesis, Bauru, v. 32, n. 1, p. 43-55, 2011.

Para cada estrutura matemática que interprete um dentre estes dois quantificadores, deve ser possível uma estrutura dual para o outro quantificador. Mas, também, não é imediata a aceitação da condicional (*) $Mx\,\varphi(x) \rightarrow Px\,\varphi(x)$. Não parece natural assumir que poucos indivíduos satisfazem uma dada condição, quando sabe-se que muitos indivíduos a satisfazem.

Algumas indagações adicionais que estão neste entorno. Na lógica clássica, sabe-se que um dentre os dois quantificadores clássicos $\forall$ ou $\exists$ pode ser definido a partir do outro:

$$\forall x\, \varphi(x) =_{df} \neg\, \exists x\, \neg \varphi(x)$$

Todo indivíduo satisfaz φ é o mesmo que
não é o caso que algum indivíduo não satisfaz φ.

$$\exists x\, \varphi(x) =_{df} \neg\, \forall x\, \neg \varphi(x)$$

Algum indivíduo satisfaz φ é o mesmo que
não é o caso que todo indivíduo não satisfaz φ.

Será que algo semelhante pode ocorrer entre "muitos" e "poucos"? Há muitas opções e pouca evidência do contexto da linguagem natural para se assumir uma ou outra. As condições seguintes são possíveis, mas não definitivas:

$$(1)\ Mx\, \varphi(x) =_{df} \neg\, Px\, \neg\varphi(x)$$
$$(2)\ Px\, \varphi(x) =_{df} \neg\, Mx\, \neg\varphi(x)$$
$$(3)\ Mx\, \varphi(x) =_{df} \neg\, Px\, \varphi(x)$$
$$(4)\ Mx\, \varphi(x) =_{df} Px\, \neg\varphi(x)$$
$$(5)\ Px\, \varphi(x) =_{df} \neg\, Mx\, \varphi(x)$$
$$(6)\ Px\, \varphi(x) =_{df} Mx\, \neg\varphi(x).$$

Para a avaliação destas possíveis relações entre "muitos" e "poucos", primeiro faz-se necessário uma boa caracterização de "poucos", para então buscar aceitáveis inter-relações com "muitos", tal como foi, até então, caracterizado.

O quantificador "poucos", a partir da concepção semântica, precisa ser apresentado.

Como "muitos" é interpretado a partir de uma *família própria fechada superiormente*, definida, em um universo A, como uma coleção F_s de subconjuntos do universo A tal que:

(i) se $B \in F_s$ e $B \subseteq C$, então $C \in F_s$
(ii) $A \in F_s$
(iii) $\varnothing \notin F_s$.

FEITOSA, Hércules de Araujo. *Quantificadores no contexto lógico: “muitos” e “poucos”*. Mimesis, Bauru, v. 32, n. 1, p. 43-55, 2011.

Então “poucos” deveria ser resgatado a partir do conceito de *família própria fechada inferiormente*, definida, em um universo A, como uma coleção F_i de subconjuntos do universo A tal que:

(i) se $C \in F_i$ e $B \subseteq C$, então $B \in F_i$
(ii) $A \notin F_i$
(iii) $\varnothing \in F_i$.

Esta não é uma boa definição de “poucos” segundo o contexto das lógicas moduladas, pois não contaria como um caso de lógica modulada uma vez que $\varnothing \in F_i$. Além disso, quando se escreve Px φ (x), certamente entende-se que algum indivíduo satisfaz j. Assim, a exigência das lógicas moduladas dada pelo axioma Qx φ (x) $\rightarrow \exists$ x φ (x) é sensata e deve ser mantida e, mais, qualquer quantificador intermediário entre o “todo” e “algum” deve ser satisfeito por algum indivíduo.

Uma melhor definição seria:

Uma *família própria fechada inferiormente*, num universo A, é uma coleção F_i de subconjuntos de A tal que:

(i) $\varnothing \notin F_i$
(ii) se $C \in F_i$ e $\varnothing \neq B \subseteq C$, então $B \in F_i$
(ii) $A \notin F_i$.

Teorema: Seja F_s uma família fechada superiormente definida em A. Não há uma função bijetiva natural h: $F_s \rightarrow F_i$ em que F_i é uma família fechada inferiormente definida em A.

Demonstração: Seja A = {$\varnothing$, {x}, {y}, {x, y}}, então F_s = {{x}, {y}, {x, y}} é uma família fechada superiormente, mas não há qualquer família fechada inferiormente em A, com exatamente 3 membros. □

Neste contexto, não é possível a definição de M a partir de P, e nem P a partir de M. Então, os dois quantificadores necessitam ser incluídos no sistema lógico que ousa formalizá-los.

Considerações finais

Os quantificadores lógicos têm entendimento único em todas as suas ocorrências, mas isto não se dá com os quantificadores não lógicos. Certamente estas expressões merecem ser formalizadas. Por um lado, pode-se por maior entendimento sobre elas e, por outro, permitir sua aplicação em contextos diversos. Por exemplo, nos dispositivos de computação inteligente faz necessário entender com a maior globalidade possível os comportamentos humanos e, então, sua linguagem. A possível manipulação destes aspectos linguísticos decorre da sua formalização e interação com outros aspectos já fundados.

O conceito de "muitos" tem uma proposta inicial de características que deveriam ser preservadas. Talvez não estejam aí todas as suas características e reflexões mais finas podem melhorar a sua formalização. A partir de "muitos" pode-se pensar em "poucos", algo que está no projeto de trabalho do SALCI, grupo de pesquisa cadastrado no CNPq, Sistemas Adaptativos, Lógica e Computação Inteligente.

Como mencionado, ao se tomar uma posição quanto aos dois quantificadores, uma dificuldade posterior a ser enfrentada será de pô-los num mesmo sistema lógico dedutivo. Serão necessárias leis não apenas para mediar os quantificadores, mas também a interação entre os diversos quantificadores e entes lógicos. Isto atribui a estas lógicas não clássicas um aspecto fortemente contextual, o que as distanciam das características universais pretendidas pela lógica clássica. Por outro lado, elas sugerem maior proximidade entre lógica e linguagem natural, o que pode ser bastante promissor para os propósitos computacionais (computação inteligente) e também do entendimento filosófico dos conceitos de quantificadores.

Agradecimentos

A Fapesp pelo apoio à pesquisa.

REFERÊNCIAS

BACH, E.; JELINEK, E.; KRATZER, A.; PARTEE, B. H. Introduction. IN: BACH, E.; JELINEK, E.; KRATZER, A.; PARTEE, B. H. (Ed.) **Quantification in natural languages**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, Netherlands, p. 1-11, 1995.

BARWISE, J.; COOPER, R. Generalized quantifiers and natural language. **Linguistics and Philosophy**, Dordrecht, v. 4, p. 159-219, 1981.

FEITOSA, Hércules de Araujo. *Quantificadores no contexto lógico: "muitos" e "poucos"*. Mimesis, Bauru, v. 32, n. 1, p. 43-55, 2011.

GRÁCIO, M. C. C. **Lógicas moduladas e raciocínio sob incerteza**. Campinas, 1999. 193 p. Tese (Doutorado em Lógica e Filosofia da Ciência) – Instituto de Filosofia e Ciências Humanas, Universidade Estadual de Campinas.

HOOP, H. On the characterization of weak-strong distinction. IN: BACH, E.; JELINEK, E.; KRATZER, A.; PARTEE, B. H. (Ed.) **Quantification in natural languages**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, Netherlands, p. 421-450, 1995.

KEISLER, H. J. Logic with the quantifier "there exist uncountably many". **Annals of Mathematical Logic**, Amsterdam, v. 1, p. 1-93, 1970.

MONTAGUE, R. Formal Philosophy. In: THOMASON, R. H. (Ed.) **Formal philosophy.** Selected Papers. New Haven: Yale University Press, 1974.

MOSTOWSKI, A. On a generalization of quantifiers. **Fund. Mathematical**, Warszawa, v. 44, p. 12-36, 1957.

PARTEE, B. H. Quantificational Structures and compositionality. IN: BACH, E.; JELINEK, E.; KRATZER, A.; PARTEE, B. H. (Ed.) **Quantification in natural languages**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, Netherlands, p. 541-602, 1995.

RESCHER, N. Plurality-quantification. **The Journal of Symbolic Logic**, New York, v.27, p. 373-4, 1962.

SETTE, A. M.; CARNIELLI, W. A.; VELOSO, P. An alternative view of default reasoning and its logic. In: HAUESLER, E. H.; PEREIRA, L. C. (Ed.) **Pratica: Proofs, types and categories**. Rio de Janeiro: PUC-RJ, Brazil, 1999, p. 127-158

THIJSSE, E. On some proposed universals of natural language. IN: MEULEN, A.G. B. (Ed.). **Studies in Modeltheoretic Semantics**. Dordrecht, Foris, GRASS1, p.19-36, 1983.